



# Un premier pas vers la réservation de bande passante dans les réseaux radio

Karell Bertet, Isabelle Guérin Lassous, Laurent Viennot

## ► To cite this version:

Karell Bertet, Isabelle Guérin Lassous, Laurent Viennot. Un premier pas vers la réservation de bande passante dans les réseaux radio. [Rapport de recherche] RR-3895, INRIA. 2000. inria-00072759

**HAL Id: inria-00072759**

**<https://inria.hal.science/inria-00072759>**

Submitted on 24 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# *Un premier pas vers la réservation de bande passante dans les réseaux radio*

Karell Bertet — Isabelle Guérin Lassous — Laurent Viennot

**N° 3895**

Mars 2000

THÈME 1



*rapport  
de recherche*



## Un premier pas vers la réservation de bande passante dans les réseaux radio

Karell Bertet<sup>\*</sup>, Isabelle Guérin Lassous<sup>†</sup>, Laurent Viennot<sup>‡</sup>

Thème 1 — Réseaux et systèmes  
Projet Hipercom

Rapport de recherche n° 3895 — Mars 2000 — 9 pages

**Résumé :** Nous nous sommes intéressés au problème de réservation de bande passante dans les réseaux radio. Nous proposons une modélisation simple de la réutilisation spatiale du canal. Cela conduit à une instance (simplifiée) du problème de sac-à-dos multidimensionnel. Nous montrons ensuite que ce problème est NP-complet, même soumis à certaines restrictions, puis nous proposons une heuristique permettant d'obtenir une solution approchée.

**Mots-clés :** radio, qualité de service, réservation de bande passante, optimisation

<sup>\*</sup> L3i, Université de La Rochelle, Avenue de Marillac, 17042 La Rochelle Cedex 1, France, email : kbertet@univ-lr.fr

<sup>†</sup> INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau, BP 105, 78153 Le Chesnay, France, email : Isabelle.Guerin-Lassous@inria.fr

<sup>‡</sup> INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau, BP 105, 78153 Le Chesnay, France, email : Laurent.Viennot@inria.fr

# A First Step Towards the Bandwidth Reservation in Radio Networks

**Abstract:** We study the bandwidth reservation problem in radio networks. We propose a simple modelling on the spatial reuse. It leads to the 0-1 multidimensional knapsack problem. We show that this problem remains NP-complete, even under some restrictions. Then we propose a heuristic that gives an approximated solution.

**Key-words:** radio, QoS, bandwidth reservation, optimization

## 1 Introduction

Notre article concerne l'étude de protocoles de réservation de bande passante dans les réseaux radio. Dans ce type de réseau, la bande passante est partagée entre les différents mobiles (appelés aussi *nœuds* par la suite) du réseau qui émettent tous sur le même canal. Un protocole d'accès permet d'éviter les collisions.

Comme les réseaux radio offrent une bande passante réduite, ils nécessitent un minimum de contrôle dans la gestion de cette bande passante. Le problème de réservation de bande passante consiste à maximiser le nombre de demandes d'émissions, encore appelées *requêtes*, ou à optimiser l'utilisation de la bande passante, tout en respectant les contraintes liées aux ressources disponibles (largeur de bande passante) ainsi qu'à la réutilisation spatiale sans inter-brouillage des communications. Dans ce papier, nous nous intéressons à l'optimisation de la bande passante utilisée. Notons que la maximisation du nombre de requêtes n'est qu'une instance de l'optimisation de la bande passante lorsque les requêtes ont coût 1.

Dans une première partie, nous caractérisons la zone de brouillage d'un nœud émetteur, ce qui nous permet de ramener le problème de réservation de bande passante à une instance simplifiée du problème du sac-à-dos multidimensionnel [6, 5, 4, 1], problème qui est NP-complet.

Dans une deuxième partie, nous montrons que le problème qui nous intéresse, ainsi que deux de ses restrictions réalistes, sont NP-complets. Nous donnons ensuite une première borne inférieure sur le nombre de requêtes sélectionnées pour un algorithme glouton simple.

## 2 Description du problème

### 2.1 Modélisation de la réutilisation spatiale

La réutilisation spatiale est la possibilité de pouvoir effectuer deux communications simultanées sans inter-brouillage si elles sont suffisamment éloignées l'une de l'autre. Nous utiliserons ici le modèle physique de propagation le plus simple : celui où un récepteur placé à une distance  $r$  d'une source radio émettant avec une puissance  $\mathcal{P}$  reçoit un signal d'une puissance  $\mathcal{P}/r^\alpha$ . En espace libre,  $\alpha = 2$ . En milieu urbain les modèles de propagation GSM supposent  $3 \leq \alpha \leq 4$  [3].

La réutilisation spatiale est donc un problème à longue portée : même des émetteurs éloignés peuvent participer au brouillage. Nous allons cependant montrer comment une contrainte locale permet d'assurer un bon fonctionnement au niveau global. Cette contrainte sera peut-être un peu restrictive (c'est à étudier) mais elle offre une modélisation simple de la réutilisation spatiale.

Supposons que la portée des communications est bornée par  $R$  (typiquement quelques centaines de mètres en espace libre ou seulement quelques dizaines de mètres dans un bâtiment). Nous allons imposer la contrainte locale suivante : un nœud s'interdit d'émettre si un autre nœud à distance inférieure à  $D$  émet déjà. Nous allons essayer de déterminer le plus petit  $D$  qui garantira qu'aucune communication n'est brouillée sous cette condition.

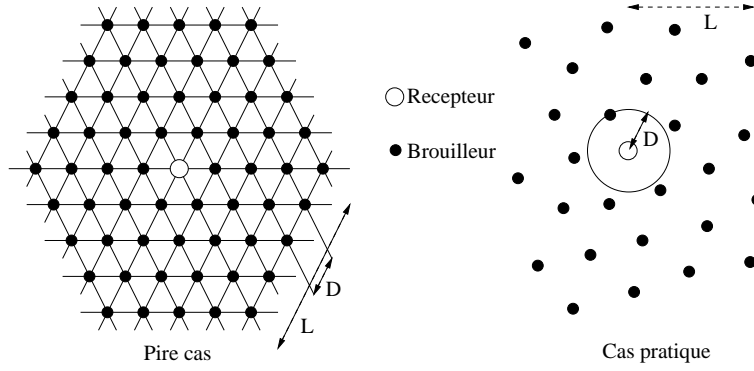


FIG. 1 – Deux situations où les émetteurs sont à distance au moins  $D$  les uns des autres, avec  $L$  la distance du brouilleur le plus éloigné dans le réseau. À gauche, un “pire cas” (maillage dense), à droite, une situation pratique.

Nous nous contenterons ici d’un calcul approximatif pour simplement justifier la modélisation, une étude plus poussée sur la détermination de  $D/R$  est en cours. Nous nous plaçons dans ce qui nous semble un pire cas : la communication s’effectue au centre d’un maillage triangulaire de pas  $D$  de brouilleurs (pour simplifier le calcul, on confond les positions de l’émetteur et du récepteur), comme illustré dans la figure 1. (Déterminer quel est le pire cas paraît un problème de géométrie assez difficile qui sort du cadre de ce papier. Le lecteur se convaincra facilement que le maillage triangulaire est sans doute le plus dense et donc au moins proche du pire cas.) Tous les nœuds sont supposés émettre à la même puissance. Pour qu’une communication ne soit pas brouillée, il faut que le rapport signal sur bruit soit supérieur à une constante  $Q$  (classiquement égale à 10). Une condition suffisante est donc :

$$\frac{\mathcal{P}}{R^\alpha} \geq QB \quad \text{où} \quad B = \sum_{b \text{ brouilleur}} \frac{\mathcal{P}}{\text{Dist}(b)^\alpha}$$

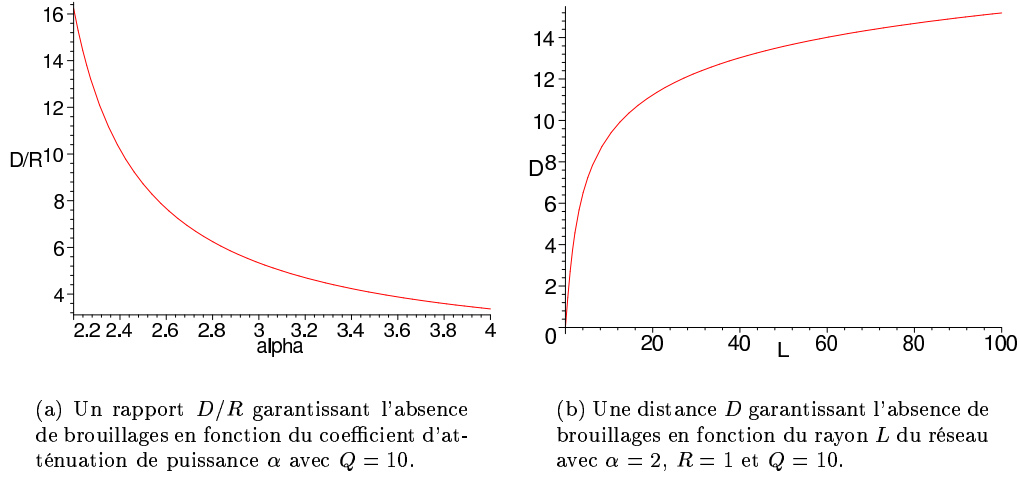
Soit  $H_n$  l’hexagone du maillage dont les coins sont à distance  $nD$  de la communication (cet hexagone contient  $6n$  brouilleurs qui sont à une distance comprise entre  $nD\sqrt{3}/2$  et  $nD$ ). En notant  $L$  la distance du brouilleur le plus éloigné dans le réseau et en rassemblant les brouilleurs par hexagones concentriques, on obtient :

$$B = \sum_{n=1}^{L/D} \sum_{b \in H_n} \frac{\mathcal{P}}{\text{Dist}(b)^\alpha} \leq \sum_{n=1}^{L/D} 6n \frac{\mathcal{P}}{(nD\sqrt{3}/2)^\alpha} \leq \frac{6\mathcal{P}}{(D\sqrt{3}/2)^\alpha} \zeta(\alpha - 1)$$

où  $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$  est la célèbre fonction zéta de Riemann.

La communication n’est donc pas brouillée pour :

$$\frac{D}{R} \geq \frac{2}{\sqrt{3}} (6Q\zeta(\alpha - 1))^{1/\alpha}$$

FIG. 2 –  $D/R$  selon  $\alpha$  et  $D$  selon  $L$  pour  $\alpha = 2$ .

La figure 2(a) donne une idée de la valeur de cette fonction (qui diverge pour  $\alpha = 2$ ). Pour  $\alpha = 3$ , on trouve par exemple qu'un rapport  $D/R$  supérieur à 5.34 est satisfaisant, ou à 3.37 pour  $\alpha = 4$ . Pour  $\alpha = 2$ , on obtient facilement la condition :

$$\frac{D}{R} \geq \frac{2}{\sqrt{3}} (6Q(1 + \ln(L/D)))^{1/2}$$

La figure 2(b) indique les valeurs de  $D$  pour lesquelles l'inégalité est vérifiée.

Comme application nous pouvons déduire le schéma de réservation de bande passante suivant :

- pour chaque nœud  $u$ , on définit sa zone de brouillage  $S(u)$  comme étant l'ensemble des nœuds de distance à  $u$  inférieure à  $D$ ,
- chaque nœud  $u$  est autorisé à réserver une certaine bande passante  $r(u)$  si pour tout nœud  $v$ , la somme des réservations des nœuds de  $S(v)$  n'excède pas la bande passante maximale.

En pratique, c'est le protocole d'accès au média qui garantit qu'il n'y aura pas d'inter-brouillage entre les communications. La stratégie de réservation ci-dessus garantie qu'il n'y aura pas de congestion. Cette modélisation est justifiée par l'étude précédente. On peut cependant s'en affranchir et essayer d'étudier comment déterminer en pratique les  $S(u)$  pour qu'il n'y ait pas de congestion. Cette étude sera le sujet de travaux futurs. On pourrait même définir des zones de brouillage indépendamment des nœuds. On supposera par la suite qu'il y a  $n$  nœuds et  $m$  zones de brouillage et que l'on connaît toutes les zones auxquelles appartient chaque nœud. Les zones seront appelés des sacs pour des raisons de similarité avec un problème célèbre.



## 2.2 Problème du sac-à-dos multidimensionnel

Si on cherche à optimiser la bande passante, le schéma de réservation de bande passante décrit précédemment (appelé RBP par la suite) est une instance du problème du sac-à-dos multidimensionnel (appelé SADM par la suite). Ce problème, NP-complet, s'exprime comme suit (voir [6, 5, 4, 1] pour diverses heuristiques) :

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq b_j, \forall j \in [1, m], x_i \in \{0, 1\} \quad \text{maximiser} \quad \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

où  $\forall i \in [1, n]$  et  $\forall j \in [1, m]$   $x_i \in \{0, 1\}$ , et les  $b_j, c_i$  et  $a_{ji}$  sont des entiers positifs.

Dans notre étude :

- $n$  est le nombre de nœuds du réseau,
- $\forall j \in [1, m], b_j \leq B$ ,  $b_j$  est la bande passante disponible dans la zone  $j$  et  $B$  correspond à la bande passante maximale,
- $a_{ji} = r(i)$  si le nœud  $i \in j$ ,  $a_{ji} = 0$  sinon,
- $x_i = 1$  si la requête d'émission  $r(i)$  du nœud  $i$  a été acceptée,  $x_i = 0$  sinon,
- $\forall i \in [1, n], c_i = r(i)$  si on cherche à optimiser la bande passante.

Notre problème de réservation de bande passante est une instance simplifiée du problème du SADM. Le cadre des réseaux radio peut aussi apporter d'autres simplifications au problème. Par exemple, on peut considérer que chaque nœud du réseau appartient à un nombre borné de sacs ou que chaque sac contient un nombre borné de nœuds. De plus, contrairement aux études citées sur le problème général du SADM où on suppose que  $m$  est petit (de l'ordre de la dizaine) et que  $n$  est grand (quelques centaines), nous avons dans notre cas  $m$  proche de  $n$  qui est de l'ordre d'une centaine au plus en pratique. Toutes ces remarques justifient le fait que l'on s'intéresse à la complexité de ce problème et de ces versions simplifiées (sont-ils toujours NP-complets ou non ?) et que l'on cherche à proposer des heuristiques mieux adaptées à nos problèmes que les heuristiques pour le SADM général, dans le cas où ils restent des problèmes difficiles.

## 3 Complexité et Heuristique Gloutonne

RBP se modélise à l'aide d'un graphe biparti  $G = (R \cup S, E)$ , avec  $R$  (ensemble des requêtes) et  $S$  (ensemble des sacs) disjoints, et  $E \subseteq R \times S$  (appartenance d'une requête à un sac), accompagné de deux fonctions de coût  $C_a : S \rightarrow \mathbb{N}$  représentant pour un sac sa capacité, et  $r : R \rightarrow \mathbb{N}$  donnant pour une requête son coût. On peut alors reformuler RBP de la manière suivante :

INSTANCE : Un graphe biparti  $G = (R \cup S, E)$ , un entier positif  $K \leq |R|$ , deux fonctions de coût  $C_a : S \rightarrow \mathbb{N}$  et  $r : R \rightarrow \mathbb{N}$ .

QUESTION : Est-ce qu'il existe  $R' \subseteq R$  tel que  $\sum_{i \in R'} r(i) \geq K$  et que  $\forall s \in S, \sum_{(i,s) \in (R' \times \{s\}) \cap E} r(i) \leq C_a(s)$ .

RBP-sacs-bornés est une instance de RBP restreinte au cas des sacs de degré borné. RBP1 est une instance de RBP ayant tous les sacs de capacité 1 et toutes les requêtes de coût 1. Nous montrons que ces trois problèmes (RBP, RBP-sacs-bornés et même le problème très simple RBP1) sont NP-complets.

### 3.1 Complexité du problème

**Proposition 1** *RBP1 est NP-complet*

**Preuve :** Pour montrer que RBP1 est NP-difficile, il suffit de montrer que INDEPENDENT SET [2]  $\leq_P$  RBP1.

Soit un graphe  $H = (V, E)$  et un entier  $K \leq |V|$ . On construit à partir de  $H$  une instance de RBP donnée par son graphe biparti  $G$  : chaque requête de  $G$  est associée à un noeud de  $H$  et chaque sac de  $G$  est associée à un arc de  $H$ . Chaque sac contient donc deux requêtes. Le coût de chaque requête, et la capacité de chaque sac est de 1.

S'il existe une solution à INDEPENDENT SET de cardinal au moins  $K$ , alors il en est de même pour RBP1 : en effet, deux éléments appartenant au même ensemble indépendant de cette solution ne peuvent être reliés dans  $H$ , et par conséquent appartenir à un même sac de  $G$ . Réciproquement, considérons une solution de cardinal au moins  $K$  de RBP1. Comme les sacs de  $G$  ont pour capacité 1, les requêtes solutions de RBP1 ne peuvent appartenir à un même sac, et ne sont donc pas reliées dans  $H$ . Elles constituent par conséquent un ensemble indépendant dans  $H$ , et une solution de cardinal au moins  $K$  de INDEPENDENT SET.  $\square$

**Proposition 2** *RBP-sacs-bornés est NP-complet.*

**Preuve :** Pour montrer que RBP-sacs-bornés est NP-difficile, on montre que 3-FNC-SAT[2]  $\leq_P$  RBP-sacs-bornés.

Soit  $\phi = F_1 \wedge \dots \wedge F_m$  une formule normale conjonctive d'ordre 3 à  $m$  clauses, sur  $n$  variables  $x_1, \dots, x_n$ ; chaque clause  $F_i$ ,  $i \leq m$ , est la disjonction de trois variables distinctes  $t_a^i$ ,  $t_b^i$  et  $t_c^i$ . On construit à partir de  $\phi$  une instance de RBP-sacs-bornés telle que  $\phi$  soit satisfaisable si et seulement si l'instance de RBP-sacs-bornés possède une solution de cardinal au moins  $n$ . Nous définissons cette instance par son graphe biparti  $G$  composé de  $2*n$  requêtes et de  $n + m$  sacs.

Chaque requête de  $G$  est associée soit à une variable  $x_i$ , soit à sa négation  $\overline{x_i}$ , pour tout  $i \leq n$ . Nous définissons deux types de sacs.

Les sacs du premier type sont de capacité 1. Tout sac  $s_i$  du premier type,  $i \leq n$ , est relié à  $x_i$  ainsi qu'à  $\overline{x_i}$ . Une seule des deux requêtes associées à  $x_i$  et  $\overline{x_i}$  peut être retenue. Les solutions sont donc au plus de cardinal  $n$  et toute solution de cardinal correspond à une instanciation des variables booléennes. Les sacs du deuxième type sont de capacités 2 et sont associés aux clauses de la formule. Le sac associé à  $F_j$  est relié aux requêtes associés aux variables  $\overline{t_a^j}$ ,  $\overline{t_b^j}$  et  $\overline{t_c^j}$ .

S'il existe une solution de cardinal au moins  $n$  à RBP alors  $\phi$  est satisfaisable : cette solution correspond à une instanciation des variables où toute clause  $\overline{F_j} = \overline{t_a^j} \wedge \overline{t_b^j} \wedge \overline{t_c^j}$  est

fausse puisque deux au plus des trois requêtes associées à  $\overline{t_a^j}, \overline{t_b^j}, \overline{t_c^j}$  sont retenues. Inversement, il est clair que si  $\phi$  est satisfaisable alors il existe une solution de cardinal  $n$  à RBP : il suffit de retenir les requêtes associées aux variables vraies et aux négations des variables fausses.  $\square$

Comme RBP-sacs-bornés  $\subseteq$  RBP et RBP1  $\subseteq$  RBP, nous en déduisons le résultat suivant :

**Corollaire 1** *RBP est NP-complet.*

### 3.2 Un premier résultat d'approximation

Une première heuristique simple qu'il paraît naturelle de regarder est l'heuristique gloutonne où on essaye d'insérer les requêtes les unes après les autres. Il est clair qu'une solution ainsi obtenue constitue une solution maximale au sens de l'inclusion pour le problème RBP. Il semble intéressant de comparer cette solution gloutonne à une solution optimale. On peut montrer que :

**Proposition 3** *Si  $A^*$  est une solution optimale et  $A$  une solution gloutonne, et si les requêtes sont traitées par valeur décroissante, alors  $\sum_{i \in A^*} r(i) \leq 2 \sum_{i \in A} r(i) \deg(i)$  où  $\deg(i)$  correspond au nombre de sacs auxquels appartient la requête  $i$ .*

**Preuve :** Cette preuve est basée sur le fait que chaque élément de  $A^* \setminus A$  est relié à au moins un sac plein pour  $A$ , c'est-à-dire tel que la capacité libre de ce sac est strictement inférieure à la requête (sinon cette requête pourrait être rajoutée à  $A$ ). On note  $S_p$  l'ensemble des sacs pleins pour  $A$ . Avec cette remarque, on a

$$\sum_{i \in A^* \setminus A} r(i) \leq \sum_{s \in S_p} \left( \sum_{i \in (A^* \setminus A) \cap s} r(i) \right) \leq \sum_{s \in S_p} (C_a(s) - \sum_{i \in A \cap A^* \cap s} r(i)).$$

Comme  $s \in S_p$ , alors  $C_a(s) = \sum_{i \in A \cap A^* \cap s} r(i) + \sum_{i \in (A \setminus A^*) \cap s} r(i) + \text{libre}(s)$  où  $\text{libre}(s)$  correspond à la partie non utilisée du sac  $s$  avec la solution  $A$ . On a  $\text{libre}(s) < r(u)$  pour un des  $u \in A^* \setminus A$ . Comme les requêtes sont traitées par valeur décroissante, alors  $\text{libre}(s) \leq r(i_s)$  où  $r(i_s)$  est la première requête insérée dans  $A$  qui appartient à  $s$ . On a donc

$$\sum_{i \in A^* \setminus A} r(i) \leq \sum_{s \in S_p} \left( \sum_{i \in (A \setminus A^*) \cap s} r(i) + r(i_s) \right) \leq \sum_{i \in A \setminus A^*} r(i) * \deg(i) + \sum_{i \in A} r(i) * \deg(i).$$

$$\text{On peut en conclure que } \sum_{i \in A^*} r(i) = \sum_{i \in A^* \cap A} r(i) + \sum_{i \in A^* \setminus A} r(i) \leq 2 * \sum_{i \in A} r(i) * \deg(i).$$

$\square$

On peut noter que lorsque toutes les requêtes ont un coût de 1, alors on a toujours  $\text{libre}(s) = 0$ . D'où le corollaire suivant :

**Corollaire 2** *Si  $A^*$  est une solution optimale et  $A$  une solution gloutonne, si toutes les requêtes ont un coût de 1 et si chaque requête appartient à au plus  $k$  sacs, alors  $|A^*| \leq k|A|$*

## 4 Conclusion et perspectives

La caractérisation locale des zones de brouillage nous a permis d'aborder le problème de la réservation de bande passante de manière purement algorithmique. Ce problème se révèle être une instance du problème du sac-à-dos multidimensionnel. Nous avons ensuite modélisé RBP par un graphe biparti afin de montrer sa NP-complétude, de donner une borne inférieure d'une heuristique gloutonne. Ces résultats induisent de nombreuses questions, et ne sont qu'un premier pas vers une étude plus approfondie du problème RBP.

Nous nous intéressons notamment à d'autres heuristiques pour ce problème, et pour le calcul de la zone de brouillage d'une source radio en utilisant les informations connues en pratique (on connaît pour chaque nœud les puissances avec lesquelles sont reçus les nœuds alentour). Il nous semble également essentiel de mettre en place des simulations afin de vérifier expérimentalement l'efficacité de ces heuristiques.

## Références

- [1] A. Freville and G. Plateau. An efficient preprocessing procedure for the multidimensional 0-1 knapsack problem. *Discrete Applied Mathematics*, 49:189–212, 1994.
- [2] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability - A Guide to the Theory of NP-Completeness*. Freeman, 1979.
- [3] L. Lebris. *Allocation de Ressources Radio*. PhD thesis, Université Paris 7, 1999.
- [4] J. S. Lee and M. Guignard. An approximate algorithm for multidimensional zero-one knapsack problems - a parametric approach. *Management Science*, 34(3):402–410, 1988.
- [5] R. Loulou and E. Michaelides. New Greedy-like Heuristics for the Multidimensional 0-1 Knapsack Problem. *Operations Research*, 27(6):1101–1114, 1979.
- [6] A. S. Manne and H. M. Markowitz. On the solution of discrete programming problems. *Econometrica*, 25:84–110, 1957.



---

Unité de recherche INRIA Rocquencourt  
Domaine de Voluceau - Rocquencourt - BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex (France)  
Unité de recherche INRIA Lorraine : LORIA, Technopôle de Nancy-Brabois - Campus scientifique  
615, rue du Jardin Botanique - BP 101 - 54602 Villers-lès-Nancy Cedex (France)  
Unité de recherche INRIA Rennes : IRISA, Campus universitaire de Beaulieu - 35042 Rennes Cedex (France)  
Unité de recherche INRIA Rhône-Alpes : 655, avenue de l'Europe - 38330 Montbonnot-St-Martin (France)  
Unité de recherche INRIA Sophia Antipolis : 2004, route des Lucioles - BP 93 - 06902 Sophia Antipolis Cedex (France)

---

Éditeur  
INRIA - Domaine de Voluceau - Rocquencourt, BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex (France)  
<http://www.inria.fr>  
ISSN 0249-6399